


# Logica

Tomas Cipriani





*“If it was so, it might be;  
and if it were so, it would be;  
but as it isn't, it ain't.  
That's logic”.*

*Alice through the looking glass, Lewis Carroll*

(Se è stato così, potrebbe essere;  
e se così fosse, sarebbe;  
ma dal momento che non è, non è.  
Questa è logica!)





**Logica : Filosofia = Matematica : Fisica**



**Logica** → dal gr. *Logos*:  
*parola, idea, argomento,*  
*ragionamento, ordine*

La logica è lo studio dei metodi e dei principi usati per distinguere il **ragionamento** corretto da quello scorretto.

La logica si occupa solo di **proposizioni**. La proposizione è un enunciato che è o vero o falso. Un **enunciato** è un insieme di parole o simboli che hanno un senso.

La logica non si occupa di domande, ordini o frasi che esprimono desideri.



La **negazione** di una proposizione  $A$  è la proposizione non- $A$

La proposizione non- $A$  è vera se  $A$  è falsa

La proposizione non- $A$  è falsa se  $A$  è vera



La **coniunzione** di due proposizioni A e B è la proposizione “A e B”.

Essa è vera solo se le due proposizioni sono entrambe vere.

In tutti gli altri casi è falsa.



La **disgiunzione** inclusiva di due proposizioni A e B è la proposizione “A o B”.

Essa è falsa solo se le due proposizioni sono entrambe false.

In tutti gli altri casi è vera.





Le espressioni tipo “esiste almeno un”, “esistono dei”,  
“tutti gli elementi di”, “per ogni” si chiamano **quantificatori**.



Un **sillogismo** è uno schema di ragionamento formato da due affermazioni, dette premesse, dalle quali si deduce una terza affermazione, detta conclusione.

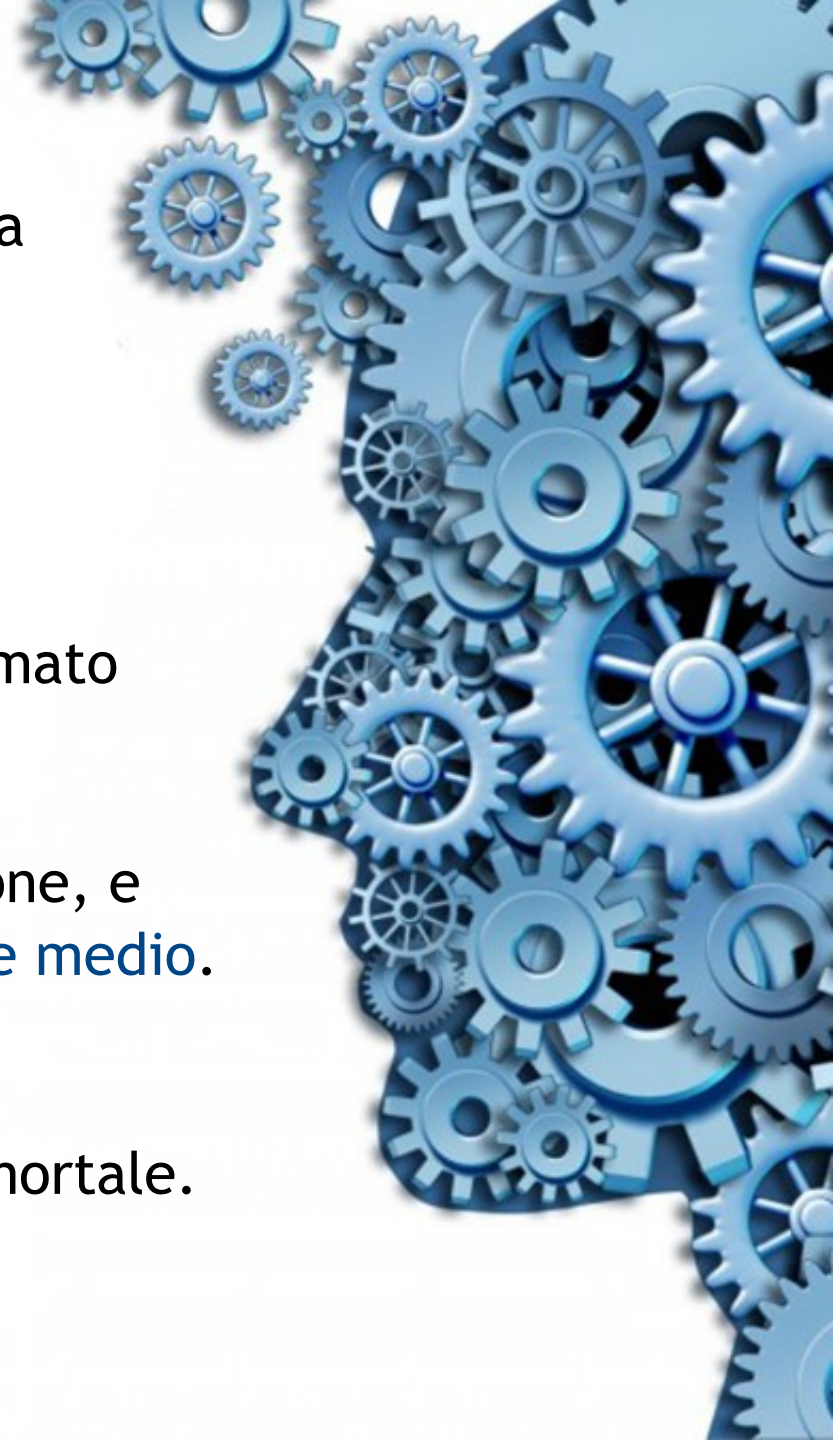
Il termine che è predicato della conclusione è chiamato **termine maggiore** del sillogismo.

Il termine che figura come soggetto della conclusione è chiamato **termine minore** del sillogismo.

Il terzo termine del sillogismo, che non figura nella conclusione, e compare invece in entrambe le premesse è chiamato **termine medio**.

Esempio:

Tutti gli uomini sono mortali. Socrate è un uomo. Socrate è mortale.



Nel considerare i ragionamenti, bisogna chiederci se la **conclusione** raggiunta segua dalle **premesse** usate, quindi se le premesse forniscano delle buone ragioni per accettare la conclusione.



Ci sono parole che introducono la conclusione di un argomento, come ad esempio:

pertanto  
quindi  
dunque  
così  
di conseguenza  
prova che  
come risultato  
per questo motivo  
per queste ragioni  
segue che  
si conclude che  
vuol dire che

si può inferire  
comporta che  
implica che  
ci consente di inferire che  
porta alla conclusione che



Altre parole o frasi servono in modo particolare a segnalare le premesse di un argomento, come ad esempio:

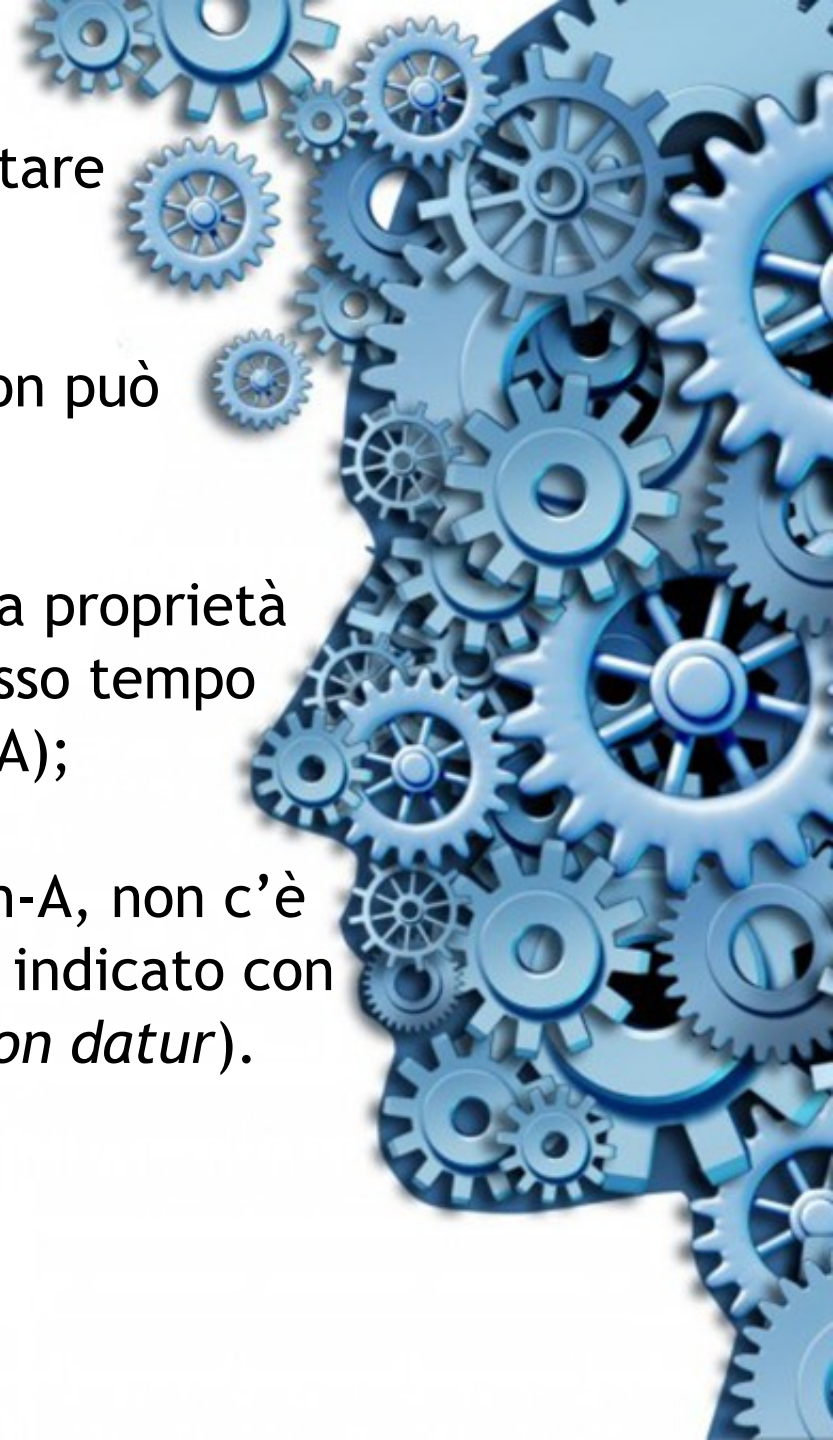
poiché  
perché  
dato che  
visto che  
segue da  
come mostrato da  
in quanto che  
come indicato da  
la ragione è che  
per la ragione che  
può essere inferito da

può essere derivato da  
può essere dedotto da  
in vista del fatto che



Per essere scientifico, un sillogismo deve innanzitutto rispettare i principi logici universali. Questi principi sono:

- **principio di identità** → ogni ente è identico a se stesso e non può cambiare in un discorso ( $A = A$ );
- **principio di non-contraddizione** → non è possibile dire una proprietà di un ente e la allo stesso tempo sua contraria ( $A \neq \text{non-}A$ );
- **principio del terzo escluso** → ogni ente può essere A o non-A, non c'è una terza possibilità (spesso indicato con la formula latina: *tertium non datur*).



Le proposizioni possono essere distinte per:

**qualità:**

- positive → esempio: il tavolo è quadrato
- negative → esempio: il tavolo non è quadrato

**quantità:**

- universali → esempio: tutti i tavoli sono quadrati
- particolari → esempio: alcuni tavoli sono quadrati



Esistono pertanto quattro forme di premesse e conclusioni:

- **universale positiva** → esempio: tutti i tavoli sono quadrati
- **universale negativa** → esempio: nessun tavolo è quadrato
- **particolare positiva** → esempio alcuni tavoli sono quadrati
- **particolare negativa** → alcuni tavoli non sono quadrati



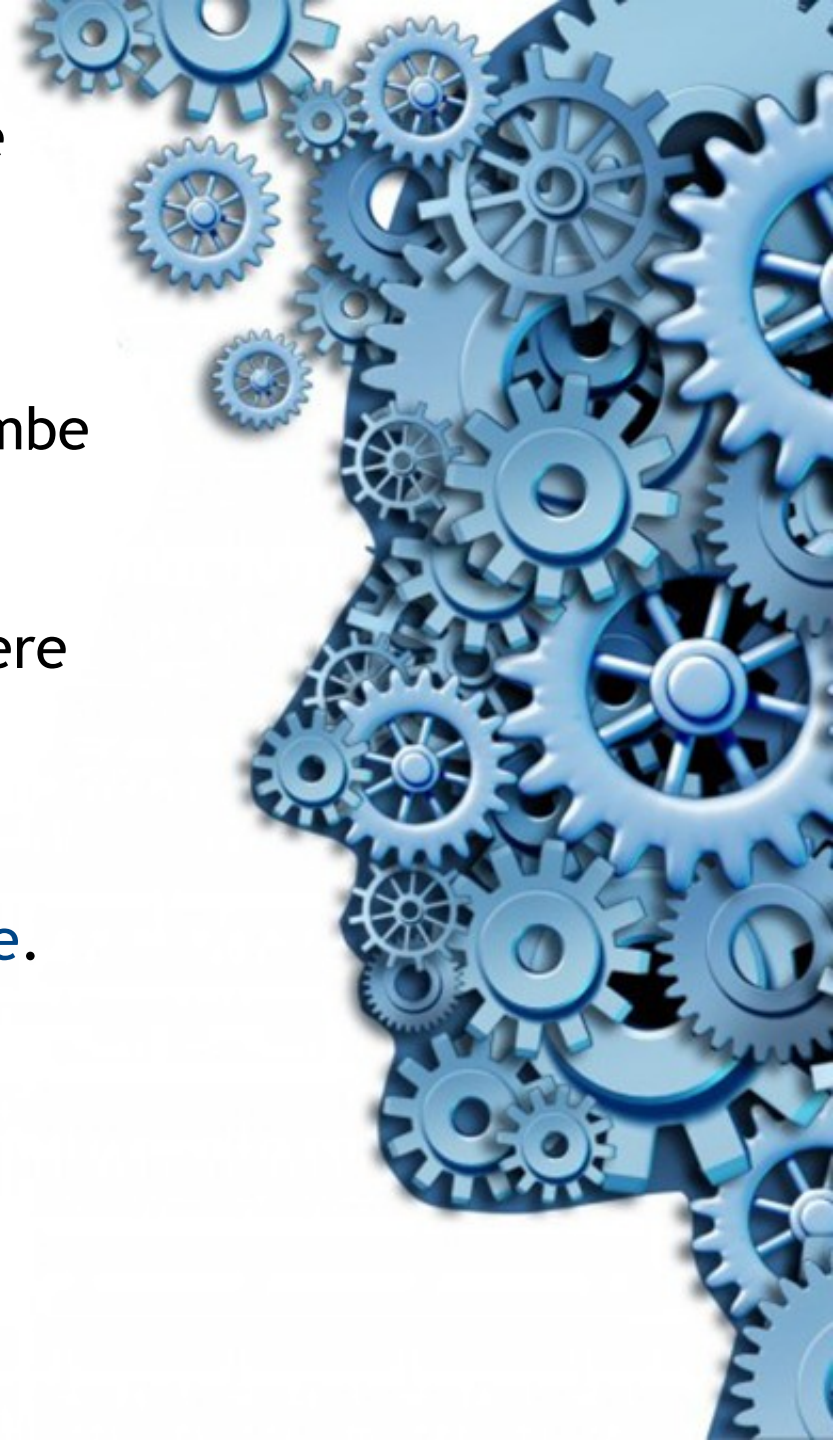


Due proposizioni sono **contraddittorie** se l'una è la negazione dell'altra, cioè, se non possono essere entrambe vere e non possono essere entrambe false.

Due proposizioni sono **contrarie** se non possono essere entrambe vere, anche se possono essere entrambe false.

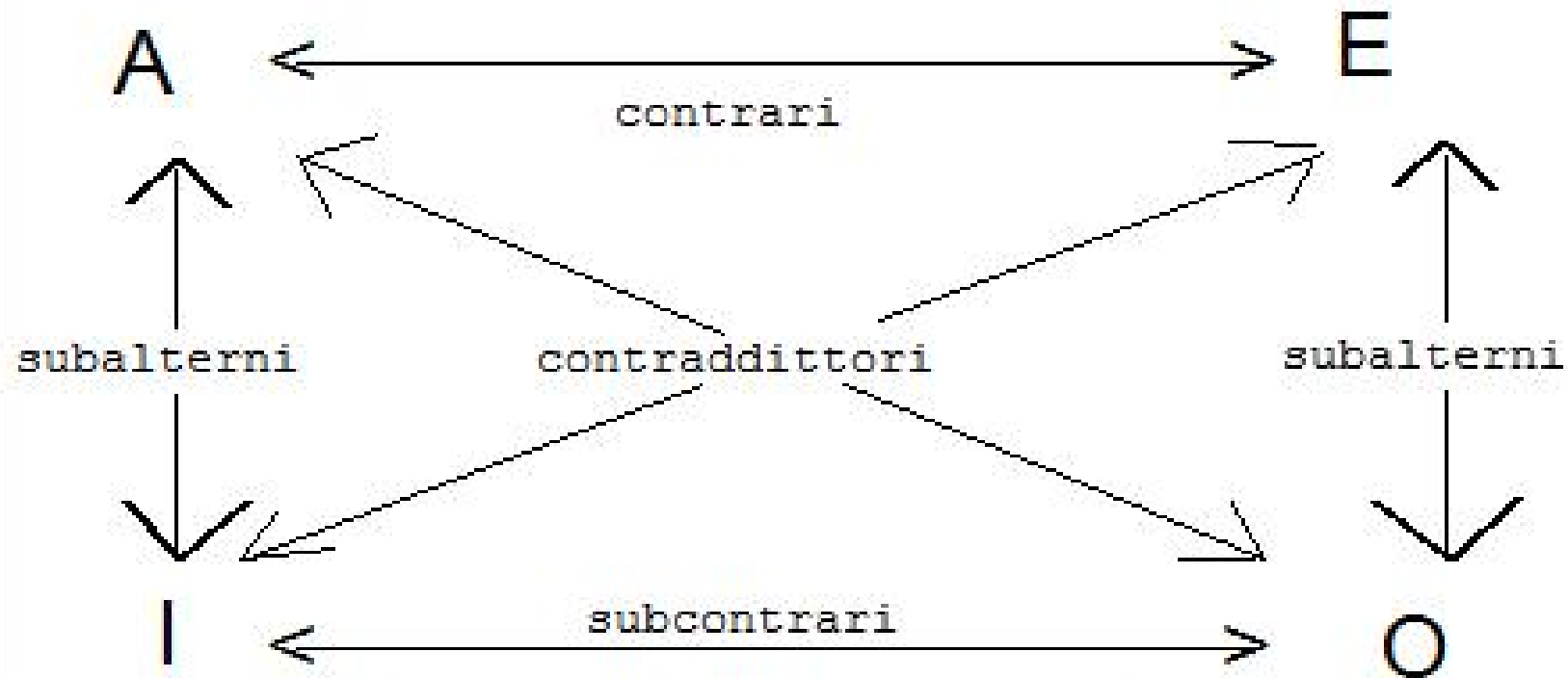
Due proposizioni sono dette **subcontrarie** se non possono essere entrambe false, sebbene possano essere entrambe vere.

L'opposizione tra una proposizione universale e la sua corrispondente particolare viene denominata **subalternazione**.



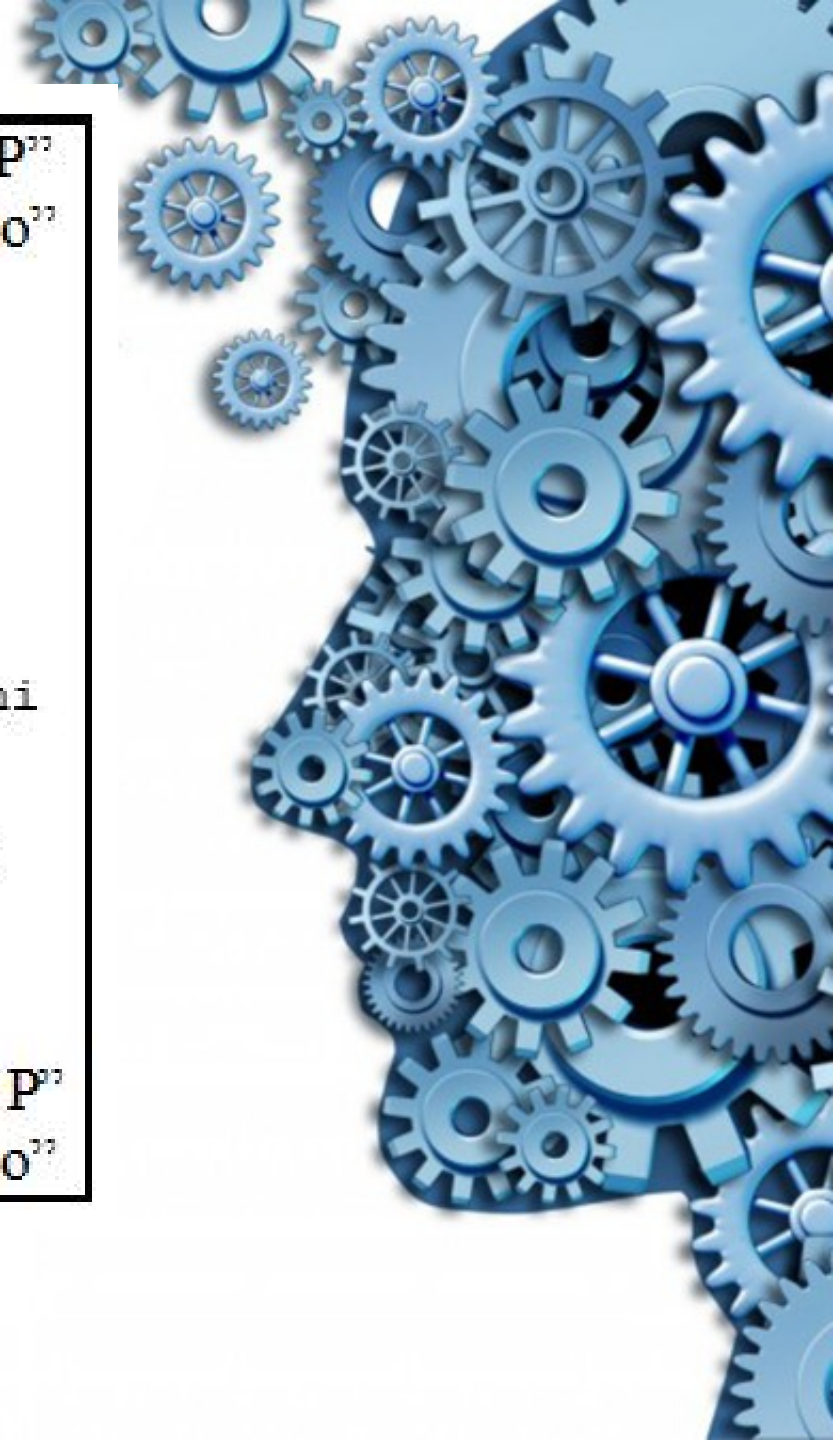
“Tutti gli S sono P”  
“Tutti i greci sono calvi”

“Nessun S è P”  
“Nessun greco è calvo”



“Qualche S è P”  
“Qualche greco è calvo”

“Qualche S non è P”  
“Qualche greco non è calvo”



Se A è data come vera: E è falsa, I è vera, O è falsa.  
Se E è data come vera: A è falsa, I è falsa, O è vera.  
Se I è data come vera: E è falsa, mentre A e O sono indeterminate  
Se O è data come vera: A è falsa, mentre E e I sono indeterminate  
Se A è data come falsa: O è vera, mentre E e I sono indeterminate  
Se E è data come falsa: I è vera, mentre A e O sono indeterminate  
Se I è data come falsa: A è falsa, E è Vera, O è vera  
Se O è data come falsa: A è vera, E è falsa, I è vera



La validità di un sillogismo dipende esclusivamente dalla sua forma.

Le violazioni delle regole sono chiamate “fallacie formali”.



1° regola - Un sillogismo in forma normale valido deve contenere tre termini, ciascuno dei quali viene usato nello stesso senso in tutto l'argomento.

Esempio:

Il potere tende a corrompere,  
La conoscenza è potere,  
Quindi la conoscenza tende a corrompere

Il termine “potere” è utilizzato con significati diversi, quindi non è un sillogismo valido.



2° regola - Il termine medio deve essere distribuito almeno in una premessa.

Esempio:

Tutti i russi sono rivoluzionari

Tutti gli anarchici sono rivoluzionari

Quindi tutti gli anarchici sono russi

In questo esempio manca il termine medio, perché russi e anarchici si riferiscono a una classe, quella dei rivoluzionari, dove però loro costituiscono solo una parte, quindi non è un sillogismo valido.



3° regola -Se uno dei due termini è distribuito nella conclusione,  
allora deve essere distribuito nelle premesse

Esempio:

Tutti i cani sono mammiferi.

Nessun gatto è un cane.

Quindi nessun gatto è un mammifero.

La conclusione si riferisce a tutti i mammiferi, ma le premesse non fanno alcuna affermazione riguardo a tutti i mammiferi, quindi non è un sillogismo valido.



4° regola - Nessun sillogismo con due premesse negative è valido

Esempio:

Nessun astrologo è uno scienziato.

Alcuni scienziati non sono maghi.

Quindi alcuni maghi non sono astrologi.

Non è un sillogismo valido.





5° regola - Se una delle due premesse è negativa, la conclusione deve essere negativa.

Esempio:

Nessun poeta è un dirigente.

Alcuni artisti sono poeti.

Quindi alcuni artisti sono dirigenti.

Non è un sillogismo valido.



6° regola - Nessun sillogismo con una conclusione particolare può avere due premesse universali.

Esempio:

Tutti i canarini sono animali domestici.

Nessun unicorno è un animale domestico.

Quindi alcuni unicorni non sono canarini.



I ragionamenti possono seguire degli schemi.

Se diciamo:

“Se Marina è colpevole, anche Antonio è colpevole. Marina è colpevole, quindi Antonio è colpevole”

Questo ragionamento ha due premesse e una conclusione:

1° premessa: Se Marina è colpevole, anche Antonio è colpevole

2° premessa: Marina è colpevole

Conclusione: Antonio è colpevole

Lo schema si può scrivere come:

$A \rightarrow B,$

$\frac{A}{\quad}$

$B$

Questo ragionamento è chiamato **modus ponens**



Se diciamo:

“Se un triangolo è isoscele, allora ha due angoli congruenti;  
il triangolo non ha due angoli congruenti, quindi il triangolo non  
è isoscele.

Questo ragionamento ha due proposizioni:

A: un triangolo è isoscele

B: un triangolo ha due angoli congruenti

Inoltre c'è una implicazione:  $A \rightarrow B$

Lo schema si può scrivere come:

$A \rightarrow B,$

non-B

A

Questo ragionamento è chiamato **modus tollens**



I **teoremi** sono enunciati la cui verità può essere dimostrata a partire da postulati o altri teoremi.

Una **dimostrazione** è una sequenza di definizioni che, partendo da affermazioni considerate vere (**ipotesi**), fa giungere a una nuova affermazione (**tesi**).



Il teorema diretto:

Se A, allora B

A è l'ipotesi

B è la tesi

In simboli:  $A \rightarrow B$



Il teorema inverso

Nel teorema inverso si scambiano l'ipotesi e la tesi:

Se B, allora A

B è l'ipotesi

A è la tesi

In simboli:

$B \rightarrow A$

Il teorema inverso **NON** è equivalente al teorema diretto ( $A \rightarrow B$ )



Il teorema contrario

Nel teorema contrario si nega l'ipotesi e si nega la tesi:

Se non A, allora non B

In simboli:

$\text{non-A} \rightarrow \text{non-B}$

Il teorema contrario **NON** è equivalente al teorema diretto  $A \rightarrow B$





## Il teorema contronominale

Nel teorema contronominale si scambiano e si negano l'ipotesi e la tesi:

Se non B, allora non A

In simboli:

$\text{non-B} \rightarrow \text{non-A}$

Il teorema contronominale è EQUIVALENTE al teorema diretto  $A \rightarrow B$



## Doppia implicazione

La **doppia implicazione** di due proposizioni A e B è una proposizione vera se A e B sono entrambe vere o entrambe false. Negli altri due casi è falsa.

Se A è VERA e B è VERA

oppure

Se A è FALSA e B è FALSA

$A \leftrightarrow B$  è VERA

(si legge A se e solo se B)

altrimenti  $A \leftrightarrow B$  è FALSA



Con la doppia implicazione ( $A \leftrightarrow B$ ) si verificano sia il teorema diretto ( $A \rightarrow B$ ) che il teorema inverso ( $B \rightarrow A$ ).

Con la doppia implicazione:

Il teorema diretto e il teorema contronominale sono equivalenti

Il teorema inverso e il teorema contrario sono equivalenti



Esempio:

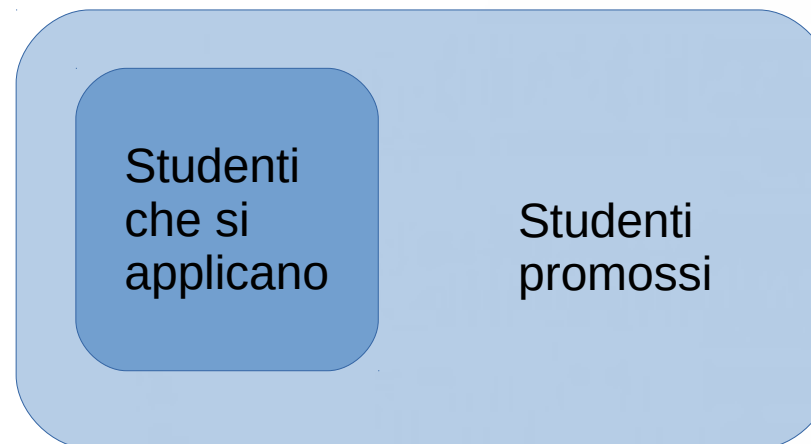
“Se gli studenti si applicano, conseguiranno la promozione”.  
Se quanto affermato è vero, quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

- (a) Verranno promossi solo gli studenti che si sono applicati.
- (b) Se uno studente è promosso, allora si è applicato.
- (c) Verranno bocciati tutti gli studenti che non si sono applicati.
- (d) Se uno studente non si applica, allora verrà bocciato.
- (e) Se uno studente è promosso, non è detto che si sia applicato.

$A \rightarrow B$

A: gli studenti si applicano

B: conseguiranno la promozione



## Promesse non mantenute

Se viene formulata una promessa del tipo  $A \rightarrow B$  quando si può dire che la promessa non è stata mantenuta?

Solo quando si verifica  $A$  e non si verifica  $B$ .

Se invece non si verifica  $A$  e si verifica  $B$ , non si può parlare di promessa non mantenuta.



Se viene formulata una promessa del tipo  $A \leftrightarrow B$  quando si può dire che la promessa non è stata mantenuta?

In due casi:

Quando si verifica A e non si verifica B

Quando NON si verifica A e si verifica B

Se si verifica A e si verifica B non si può parlare di promessa non mantenuta.

Se non si verifica A e non si verifica B non si può parlare di promessa non mantenuta.



## Tabelle della verità

		Implicazione		Doppia implicazione
A	B	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$A \leftrightarrow B$
falsa	falsa	vera	vera	vera
falsa	vera	vera	falsa	falsa
vera	falsa	falsa	vera	falsa
vera	vera	vera	vera	vera

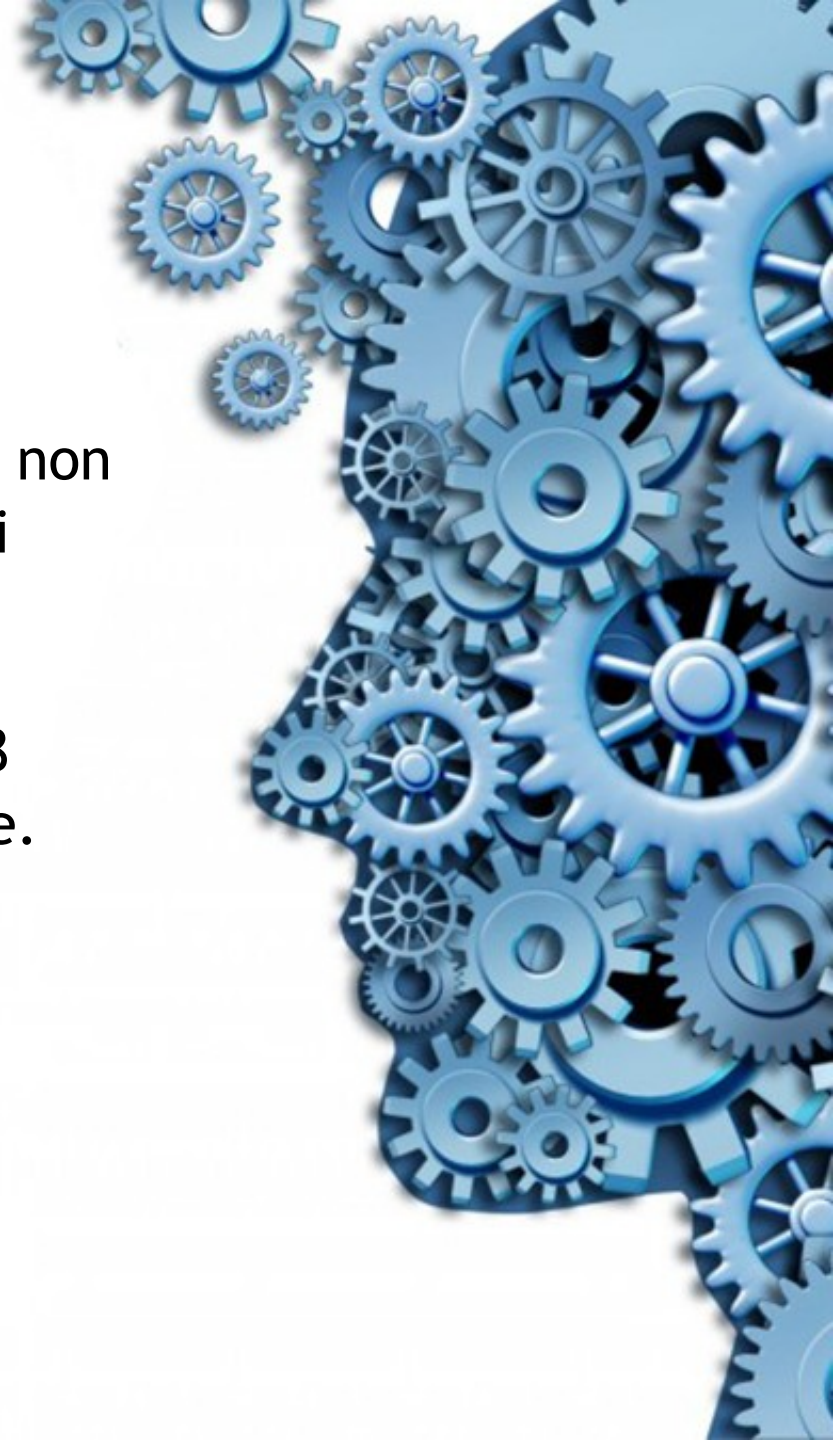


## Condizioni necessarie

La condizione necessaria è ciò che deve verificarsi affinché avvenga una cosa.

Senza questa condizione “una cosa” non può verificarsi, ma non è detto che se si verifici questa condizione allora la cosa si verifichi.

Es: per avere la patente la condizione necessaria è avere 18 anni. Ma avere 18 anni non è sufficiente ad avere la patente.





## Condizioni sufficienti

La condizione sufficiente è la condizione che basta che si verifichi affinché avvenga “una cosa”.

Es: per avere la cittadinanza italiana è sufficiente nascere da genitori italiani. Ma per avere la cittadinanza italiana non è necessario avere i genitori italiani, è possibile acquisirla in altri modi.

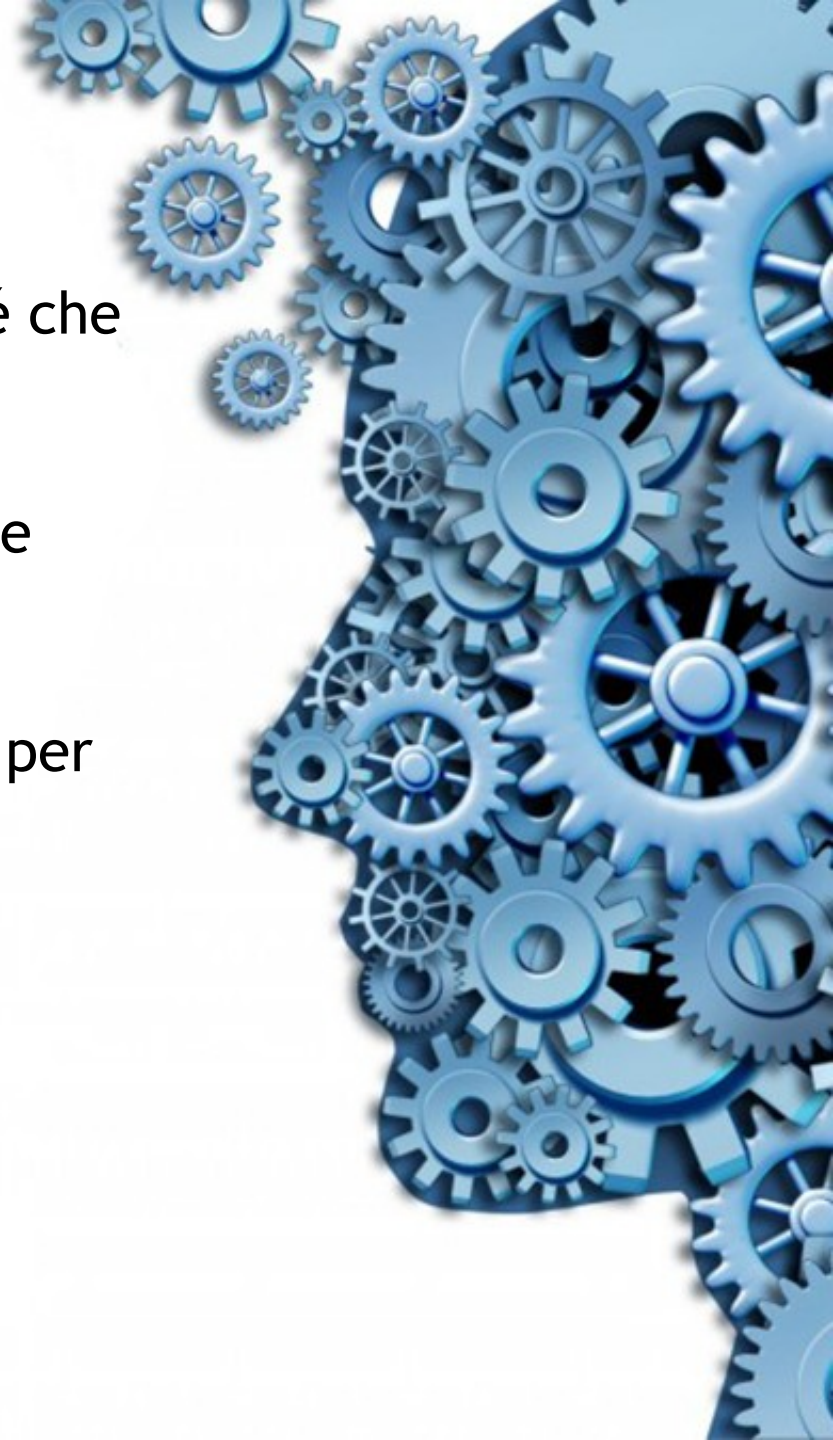


## Condizioni necessarie e sufficienti

Non è detto che una condizione necessaria sia sufficiente, né che una condizione sufficiente sia necessaria.

Possono però capitare delle condizioni che sono sia necessarie che sufficienti.

Es: segnare più gol è una condizione necessaria e sufficiente per vincere la partita



## Ragionamento induttivo e deduttivo

Un **ragionamento** è un'operazione mentale che trae delle conclusioni da una o più premesse.

Il **ragionamento induttivo** parte da casi particolari e trae delle conclusioni generali.

Il **ragionamento deduttivo** parte da affermazioni generali e trae delle conclusioni sui casi particolari.



# Practice makes you perfect!

Appunti, esercizi e schemi su:

<http://tomascipriani.it/logica>

Password: adlibitum



**Grazie!**

